(01) ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් පහත සම්බන්ධයන් සාධනය කරන්න.

I. $Sin\left(\frac{B-C}{2}\right) = \left[\frac{b-c}{a}\right] Cos\frac{A}{2}$

II. $b^2Sin\,2C + c^2Sin2B = 2bcSin\,A$

III. $a(bCosC - cCosB) = b^2 - c^2$

IV. $(b+c)CosA + (c+a)CosB + (a+b)CosC = a+b+c$

V. $a(CosB + CosC) = 2(b+c)Sin^2A/2$

VI. $a(CosC - CosB) = 2(b-c)Cos^2A/2$

VII. $\frac{Sin(B-C)}{Sin(B+C)} = \frac{b^2-c^2}{a^2}$

VIII. $\frac{a+b}{a-b} = Tan\frac{A+B}{2}\ Cot\frac{A-B}{2}$

IX. $a\ Sin\left(\frac{A}{2} + B\right) = (b+c)Sin\frac{A}{2}$

X. $(a^2 - b^2 + c^2)TanB = (a^2 + c^2 - b^2)TanC$

XI. $a^2 + b^2 + c^2 = 2[bcCosA + caCosB + abCosC]$

XII. $c^2 = (a-b)^2Cos^2\frac{C}{2} + (a+b)^2Sin^2\frac{C}{2}$

XIII. $aSin(B-C) + bSin(C-A) + cSib(A-B) = 0$

XIV. $\frac{aSin(B-C)}{b^2-c^2} = \frac{bSin(C-A)}{c^2-a^2} = \frac{cSin(A-B)}{a^2-b^2}$

XV. $\frac{a^2Sin(B-C)}{SinB+SinC} + \frac{b^2Sin(C-A)}{SinC+SinA} + \frac{c^2Sin(A-B)}{SinA+SinB} = 0$

XVI. $\frac{b^2-c^2}{a^2}Sin2A + \frac{c^2-a^2}{b^2}Sin2B + \frac{a^2-b^2}{c^2}Sin2C = 0$

XVII. $sSin\frac{A}{2}Sin\frac{B-C}{2} + bSin\frac{B}{2}Sin\frac{C-A}{2} + cSin\frac{C}{2}Sin\frac{A-B}{2} = 0$

XVIII. $(a+b+c)\left[Tan\frac{A}{2} + Tan\frac{B}{2}\right] = 2cCot\frac{C}{2}$

XIX. $(a^2 + b^2 - c^2)TanC = (b^2 + c^2 - a^2)TanA$

XX. $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc} = 2\left[\frac{CosA}{a} + \frac{CosB}{b} + \frac{CosC}{c}\right]$

XXI. $b(CosA + CosC) = 2(b+c)Sin^2\frac{A}{2}$

(02) $a + b + c = 2s$ යන ආදේශය සහ Cos හි භාග කෝණ සූත්‍ර භාවිතයෙන්

$(i)\ Cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$ බව හා $(ii)\ Sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$ බව පෙන්වන්න. එනයින්,

$(i) Tan\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$ බව හා $(ii)\ SinA = \frac{2}{bc}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ බව අපෝහනය කරන්න.

තවද ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

(03) සයින් සූත්‍රය භාවිතාකර සාධනය කරන්න.

$(i)\quad \frac{b-c}{b+c} = Tan\frac{A}{2}\ Tan\left(\frac{B-C}{2}\right)$ $\quad (ii)\ \ bSin\left(\frac{B}{2} + C\right) = (a+c)Sin\frac{B}{2}$

$a - b = kc$ නම් $\ (i)\ \ Sin\left(\frac{A-B}{2}\right) = kCos\frac{C}{2}$ $\ (ii)\ \frac{k\ Sin\ A}{1-kCos\ B} = \frac{a}{b}Tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(04) $ABC\ \Delta$යේ $\theta > 0, Cos\theta = \frac{2\sqrt{bc}}{b+c}Cos\frac{A}{2}$ මගින් දෙනු ලැබේ. $a = (b+c)Sin\theta$ බව පෙන්වන්න.

(05) $ABC\ \Delta$ක $\hat{B} = \frac{\pi}{2}$ ද O යනු පාද 3න් එකක් $\frac{2\pi}{3}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන ත්‍රිකෝණය ඇතුලත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයද වෙයි. $C\hat{B}O = \theta$ නම්,

$Tan\theta = \frac{c+\sqrt{3}a}{a+\sqrt{3}c}$ බව පෙන්වන්න.

(06) $(i)\ \ a = (b-c)Cos\frac{A}{2}\ Cosec\left(\frac{B-C}{2}\right)$ $\quad (ii)\ Cot\left(\frac{B-C}{2}\right) = \left(\frac{b+c}{b-c}\right)Tan\frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $a^2 = b^2 + c^2 - 2bcCosA$ බව පෙන්වන්න.

(07) $(i) bSin\left(\frac{B}{2} + C\right) = (a+c)Sin\frac{B}{2}$ $\quad (ii)\ \frac{Cot\frac{C}{2}+Cot\frac{A}{2}}{Cot\frac{B}{2}} = \frac{2b}{a+c-b}$ බව පෙන්වන්න.

a, b සහ c සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි නම් $Cot\frac{A}{2}, Cot\frac{B}{2}$ සහ $Cot\frac{C}{2}$ ද සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(08) $(b^2 - c^2)CotA + (c^2 - a^2)CotB + (a^2 - b^2)CotC = 0$ බව පෙන්වන්න. තවද $a^2 + c^2 = 2b^2$ බව දී ඇති විට $Cot\ A + Cot\ C = 2Cot\ B$ බව පෙන්වන්න.

(09) $(i)\ a(CosB + CosC) = 2(b+c)Sin^2\frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$(ii)\ Sin\left(\frac{B-C}{2}\right) = \left(\frac{b-c}{a}\right)Cos\frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(10) ත්‍රිකෝණමිතියේ භාවිතා වන සම්මත අංකණය අනුව කෝසයින් ප්‍රමේය සාධනය කරන්න. සයින් ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $a^2 = (b+c)^2 - 4bc\, Cos^2\frac{A}{2} = (b-c)^2 + 4bc\, Sin^2\frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න. එමගින්

$\tan^2\frac{A}{2} = \frac{(a+b-c)(a+c-b)}{(a+b+c)(b+c-a)}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) $B\hat{A}C$ හි කෝණ සමච්ඡේදකය BC පාදය D හිදී හමුවේ නම් පහත දෑ සාධනය කරන්න.

$AD(b+c) = 2bc\, Cos\frac{A}{2}$ හා $a = (b+c)\left[1 - \frac{AD^2}{bc}\right]^{\frac{1}{2}}$

(11) ABC ත්‍රිකෝණයක A කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකය D හිදී BC හමුවේ.

$AD = \frac{2bc}{b+c} Cos\frac{A}{2}$ බව සාධනය කරන්න. $c > b$ නම් ද, A කෝණයේ බාහිර කෝණ සමච්ඡේදකය E හි දී BC හමු වේ නම් ද, AE සඳහා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න. DAE කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකය X හි දී DE හමු වේ නම්, $AX = \frac{\sqrt{2}bcSinA}{c\left(Cos\frac{A}{2}+Sin\frac{A}{2}\right)+b\left(Sin\frac{A}{2}-Cos\frac{A}{2}\right)}$ බව පෙන්වන්න. $b = c$ නම් AE හා AX ගැන ඔබට කවරක් කිව හැකිද?

(12) Δ යනු ABC ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය යැයි ගනිමු. ත්‍රිකෝණමිතියේ භාවිතා වන සම්මත අංකණය අනුව $\Delta = \frac{1}{2}bcSin\,A$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක A, B, C කෝණවල අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදක ඉදිරිපිට පාද පිලිවෙලින් D, E, F හිදී තබනු ලබන අතර O යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් කේන්ද්‍රය වේ.

$AO = \frac{2\Delta}{a+b+c} Cosec\frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න. තවද DEF ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $\frac{2abc\Delta}{(b+c)(c+a)(a+b)}$ බව පෙන්වන්න.

(13) $\frac{\text{Sin}(B-C)}{bc} + \frac{\text{Sin}(C-A)}{ca} + \frac{\text{Sin}(A-B)}{ab} = 0$ බව සාධනය කරන්න.

$a^2 + c^2 - 2b^2 = 0$ යයි දී තිබේ නම්,

$Cot\,A + Cot\,C = 2CotB$ බව සාධනය කරන්න.